Funktionen 1

Schreiben Sie eine Funktion y=sinn(x), die eine Sinus-Funktion $\sin(x)$ im Intervall $[-2\pi, 2\pi]$, liefert. In den Intervallen $[-4\pi, -2\pi]$ und $[2\pi, 4\pi]$ soll $\sin(2x)$ berechnet werden, in den Intervallen $[-6\pi, -4\pi]$ und $[4\pi, 6\pi]$ $\sin(3x)$ und so weiter.

$$\text{sinn}(x) = \sin(n\,x) \text{ mit } \{n \in \mathbb{N}, n - 1 \leq x/(2\pi) < n\} \; .$$

Teilen Sie zur Berechnung den Eingabevektor x durch π und berechnen Sie davon den Absolutbetrag b. Den Vektor dieser Absolutbeträge runden Sie zur nächsten ganzen Zahl auf, wodurch Sie den Vektor n bekommen. Mit n köennen Sie die Argumente der Sinusfunktion $\sin(nx)$ ausrechnen.

Zeichnen Sie diese Funktion im Intervall $[-5\pi, 5\pi]$. Stellen Sie weiters im gleichen Bild die Funktionen $\sin(x), \sin(2x)/2, \sin(3x)/3$ dar.

Stellen Sie den x-Bereich auf das Intervall $[-5\pi, 5\pi]$, den y-Bereich auf das Intervall $[-1.2, 1.2]$. Ergänzen Sie das Bild durch Legende und Achsenbeschriftung.

Schreiben Sie die gleiche Funktion als INLINE-Funktion.

Funktionen 2

Schreiben Sie eine Matlab-Funktion, die durch folgende Vorschrift gegeben ist:

$$f(x, n) = \begin{cases} \sin(x) & \text{für} \quad |x| \leq \pi \\ -(|x| - \pi)^n & \text{für} \quad |x| < \pi \end{cases}$$

Führen Sie die Fallunterscheidungen durch logische Variablen durch, mit denen Sie den Ergebnisvektor logisch indizieren.

Zeichnen Sie diese Funktion für $n = 2$ und für $n = 3$ im Intervall $[-2\pi, 2\pi]$. Stellen Sie weiters im gleichen Bild die Funktionen $\sin(x)$ und x^3 dar.

Stellen Sie den x-Bereich auf das Intervall $[-2\pi, 2\pi]$, den y-Bereich auf das Intervall $[-5, 5]$. Ergänzen Sie das Bild durch Legende und Achsenbeschriftung.

Schreiben Sie eine INLINE-Funktion, die den Absolutbetrag der Funktion $f(x, n)$ liefert.

Berechnen Sie damit die Fläche, die von $f(x, 2)$ und $x-$Achse im Bereich $[-2\pi, 0]$ eingeschlossen wird. Zeichnen Sie diese Fläche als Rechteck über der $x-$Achse ein. Geben Sie diese Fläche im Textfenster aus.

Funktionen 3

Schreiben Sie eine Matlab-Funktion, die durch folgende Vorschrift gegeben ist:

$$f(x,\alpha) = \begin{cases} \cos(x) & \text{für} \quad |x| < \pi \\ -e^{-(|x|-\pi)^2/\alpha} & \text{für} \quad |x| \geq \pi \end{cases}$$

Führen Sie die Fallunterscheidungen durch logische Variablen durch, mit denen Sie den Ergebnisvektor logisch indizieren.

Zeichnen Sie diese Funktion im Intervall $[-4\pi, 4\pi]$ für die Parameter $\alpha = 1, 2, 5, 10$ und 20.

Stellen Sie den x-Bereich auf das Intervall $[-4\pi, 4\pi]$, den y-Bereich auf das Intervall $[-1.5, 2.5]$.

Schreiben Sie eine INLINE-Funktion $fa(x, \alpha, n)$, die den mit der Zahl n multiplizierten Absolutbetrag der Funktion $f(x, \alpha)$ liefert. Zeichnen Sie auch diese Funktion für $\alpha = 20, n = 1.5$ ein.

Ergänzen Sie das Bild durch Legende und Achsenbeschriftung.

Funktionen 4

Schreiben Sie eine Matlab-Funktion, die durch folgende Vorschrift gegeben ist:

$$f(x,n) = \begin{cases} 1/(x^2+1) & \text{für} \quad |x| < 2 \\ -\frac{|x|}{15} + \frac{1}{3} & \text{für} \quad 2 \leq |x| < 5 \\ -\frac{\sin(n(|x|-5))}{|x|-4} & \text{für} \quad |x| \geq 5 \end{cases}$$

Führen Sie die Fallunterscheidungen durch logische Variablen durch, mit denen Sie den Ergebnisvektor logisch indizieren. Falls kein Parameter n übergeben wird, soll die Funktion mit $n = 1$ berechnet werden.

Zeichnen Sie diese Funktion im Intervall $[-20, 20]$ für die Parameter $n = 0, 1, 2$ und 5 in vier Subplots. Stellen Sie die x-Achsen auf $[-22, 22]$, die y-Achsen auf $[-1.1, 1.1]$.

Ergänzen Sie das Bild durch Legende und Achsenbeschriftung.

Funktionen 5

Schreiben Sie eine Funktion y=trepp(x), die durch folgende Vorschrift gegeben ist:

$$\text{trepp}(x,\alpha) = \alpha(|x|^{n+1} + n) \text{ mit } \{n \in \mathbb{N} | n \leq |x| < n+1\} \ .$$

Berechnen Sie dazu in einem Vektor den Absolutbeträgen von x. Den Vektor dieser Absolutbeträge runden Sie zur nächsten ganzen Zahl ab, wodurch Sie den Vektor n bekommen.

Falls kein Wert für α übergeben wird, soll die Funktion mit $\alpha = 1$ berechnet werden.

Zeichnen Sie diese Funktion im Intervall $[-8, 8]$ für die Parameter $\alpha = 1, 2, 3$. Stellen Sie weiters im gleichen Bild die vier Funktionen $y = 0, y = |x|/2, y = x^2/20$ und $y = |x|^3/200$ dar.

Stellen Sie den x-Bereich auf das Intervall $[-9, 9]$, den y-Bereich auf das Intervall $[-1, 25]$. Ergänzen Sie das Bild durch Legende und Achsenbeschriftung.

Schreiben Sie die gleiche Funktion trepp(x, α) als INLINE-Funktion.

Funktionen 6

Schreiben Sie eine Matlab-Funktion, die als Eigabeparameter die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}$ und die Zahl c hat und für alle x-Werte

$$y = f(x, \vec{a}, \vec{b}, c) = \sum_{n=1}^{n_a} a_n \cos(nx) + \sum_{n=1}^{n_b} b_n \sin(nx) + c$$

zurückliefert. Hier bedeuten n_a, n_b die Länge der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

Stellen Sie diese Funktion im Bereich von $x = [-2\pi, 6\pi]$ für die Vektoren

$$\begin{array}{lll} \vec{a} = (1) & \vec{b} = \vec{0} & c = 0 \\ \vec{a} = (1, 0, 1/3) & \vec{b} = \vec{0} & c = 0 \\ \vec{a} = (1, 0, 1/3, 0, 1/5) & \vec{b} = \vec{0} & c = 0 \\ \vec{a} = (1, 0, 1/3, 0, 1/5, 0, 1/7) & \vec{b} = \vec{0} & c = 0 \\ \vec{a} = (1, 0, 1/3, 0, 1/5, 0, 1/7, 0, 1/9) & \vec{b} = \vec{0} & c = 0 \end{array}$$

incl. Legende und Achsenbeschriftung dar.

Schreiben Sie weiters eine Funktion, die durch

$$f(x) = \begin{cases} +1 & \text{für} \quad 0 \le x < \pi \\ -1 & \text{für} \quad \pi \le x < 2\pi \end{cases}$$

gegeben ist und sich 2π-periodisch fortsetzt. Dazu müssen Sie alle $x-$Werte in den Bereich $[0, 2\pi]$ transformieren. Berechnen Sie also die Zahlen $b = x/(2\pi)$, runden Sie sie auf die nächste ganze Zahl n ab und subtrahieren Sie von x $2n\pi$. Dann sind Sie im gewünschten Intervall und können $f(x)$ berechnen. Zeichnen Sie diese Funktion $f(x)$ zusätzlich in die Abbildung ein.

Funktionen 7

Schreiben Sie eine Matlab-Funktion, die als Eigabeparameter die Zahl n_{max} hat und die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ und die Zahl c gegeben durch

$$\begin{aligned} a_n &= \int_0^{2\pi} g(x)\cos(nx)\,dx \\ b_n &= \int_0^{2\pi} g(x)\sin(nx)\,dx \qquad n = 1, 2, \dots, n_{max} \\ c &= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} g(x)\,dx \end{aligned}$$

zurückliefert. Die Funktion $g(x)$ sei durch $g(x) = \pi^2 - (x - \pi)^2$ gegeben. Um die Integrationsroutine aufrufen zu können, müssen Sie für die drei Integranden INLINE-Funktionen schreiben.

Logische Indizierung

Schreiben Sie ein Skript `normaldist.m`. Lesen Sie vom Benutzer eine Zahl N und eine Zahl M ein. Runden Sie diese Zahlen auf die jeweils nächste ganze Zahl auf.

a) Falls $N < 100$ ist setzen Sie $N = 100$, falls $N > 2 \times 10^6$ ist, setzen Sie $N = 2 \times 10^6$. Falls $M < 2$ ist setzen Sie $M = 2$, falls $M > 100$ ist, setzen Sie $M = 100$.

b) Erzeugen Sie einen Vektor v mit N Einträgen, der aus normalverteilten Zufallszahlen besteht. Zeichnen Sie mit v ein Histogramm mit M Klassen.

c) Berechnen Sie die Anzahl der Elemente von v, die kleiner -4 oder größer $+4$ sind. Schreiben Sie alle Elemente von v, die im Intervall $[-3, 3]$ liegen in einen Vektor w.

d) Stellen Sie den Vektor w in einem eigenen Diagramm in einem Histogramm mit M Klassen dar. Wieviele Elemente enthält dieser Vektor.

Nichtlineares Fitten Gauss-Verteilung

Schreiben Sie ein Skript `normalfit.m`. Lesen Sie vom Benutzer eine Zahl N ein. Runden Sie diese Zahl auf die nächste ganze Zahl ab.

a) Falls $N < 50$ ist setzen Sie $N = 50$, falls $N > 10^6$ ist, setzen Sie $N = 10^6$.

b) Erzeugen Sie einen Vektor `v` mit N Einträgen, der aus normalverteilten Zufallszahlen besteht.

c) Zeichnen Sie mit `v` ein Histogramm mit 25 Klassen. Speichern Sie die x- und die y-Werte des Histogramms in den Vektoren `x` und `y`.

d) Programmieren Sie die Funktion

$$p(x) = A\,e^{-\alpha(x-x_0)^2}$$

als INLINE Funktion. Fassen Sie dazu die Parameter A, α, x_0 zu einem Vektor `par` zusammen.

d) Führen Sie einen nichtlinearen Fit mit $p(x)$ durch und ermitteln Sie dadurch die Parameter A, α, x_0. Wählen Sie als Startparameter die Werte $A = \max(y), \alpha = 1, x_0 = 0.2$. Geben Sie die gefitteten Parameter formatiert aus! Zeichnen Sie die optimierte Funktion $p(x)$ zusätzlich in dem Plot ein.

Gauss-Verteilung

Schreiben Sie ein Skript `normaldev.m`. Lesen Sie vom Benutzer eine Zahl N ein. Runden Sie diese Zahl auf die nächste ganze Zahl ab.

a) Falls $N < 50$ ist setzen Sie $N = 50$, falls $N > 10^6$ ist, setzen Sie $N = 10^6$.

b) Erzeugen Sie eine Matrix `a` mit N Zeilen und zwei Spalten, die aus gleichverteilten Zufallszahlen im Intervall $[0, 1)$ besteht. Berechnen Sie

$$m_{ij} = 2\,a_{ij} - 1\ .$$

Dadurch erhalten Sie in `m` Zufallszahlen im Quadrat $[-1, 1] \times [-1, 1]$.

c) Berechnen Sie die Quadrate r^2 der Abstände der Zufallszahlen vom Ursprung und speichern sie diese in einer dritten Spalte von `m`. Berechnen Sie aus r^2 mit der Formel

$$f = \sqrt{-2.0\log(r^2)/r^2}$$

die Zahlen f und speichern Sie diese in einer vierten Spalte von `m`.

d) Erzeugen Sie eine logische Matrix `l`, die die Elemente von `m` angibt, die im Einheitskreis um den Ursprung liegen. Schreiben Sie all diese Elemente von `m` in die Matrix `v`.

e) Berechnen Sie die Vektoren $x_i = v_{i1}\, v_{i4}$ und $y_i = v_{i2}\, v_{i4}$. Erzeugen Sie eine Graphik mit drei Subplots. Stellen Sie die Vektoren x und y in zwei Histogrammen mit je 50 Klassen in den ersten zwei Subplots dar. Stellen Sie den x-Bereich auf $[-4, 4]$.

Stellen Sie die Verteilung r^2 (dritte Spalte von `m`) in einem Histogramm im dritten Subplot dar. Wieviel Prozent der Punkte erfüllt $r \leq 1$?

Nichtlineares Fitten Exponential-Verteilung

Schreiben Sie ein Skript `exponentialfit.m`. Lesen Sie vom Benutzer eine Zahl N ein. Runden Sie diese Zahl auf die nächste ganze Zahl ab.

a) Falls $N < 200$ ist setzen Sie $N = 200$, falls $N > 10^6$ ist, setzen Sie $N = 10^6$.

b) Erzeugen Sie einen Vektor `u` mit N Einträgen, der aus gleichverteilten Zufallszahlen im Intervall $[0, 1)$ besteht. Stellen Sie `u` in einem Histogramm mit 30 Klassen dar.

c) Erzeugen Sie aus dem Vektor `u` einen Vektor `v` vermittels

$$v = -\log(u) \ .$$

Speichern Sie das maximale Element von `v` in `x1`.

c) Zeichnen Sie in ein neues Bild ein Histogramm von `v` mit 25 Klassen. Speichern Sie die x- und die y-Werte des Histogramms in den Vektoren `x` und `y`.

d) Programmieren Sie die Funktion

$$p(x) = A\, e^{-\alpha x}$$

als INLINE Funktion. Fassen Sie dazu die Parameter A, α zu einem Vektor `par` zusammen.

d) Führen Sie einen nichtlinearen Fit mit $p(x)$ durch und ermitteln Sie dadurch die Parameter A, α. Wählen Sie als Startparameter die Werte $A = \max(y), \alpha = 1/2$. Geben Sie die gefitteten Parameter formatiert aus! Zeichnen Sie die optimierte Funktion $p(x)$ im zweiten Plot im Bereich $[0, x0]$ in gelber Farbe ein.

Darstellung von Daten 1

Gegeben ist die Datei `pruefung1.dat`, in der die Ergebnisse einer Messung zusammengefasst sind. Die erste Spalte enthält die x-Werte, die zweite die y-Werte, die dritte die Fehler. Der theoretische Zusammenhang zwischen x- und $y-$Werten ist durch

$$y(x) = \alpha\, x + \beta \sin(x)$$

gegeben.

a) Lesen Sie die Daten ein und zeichnen Sie sie mit den Fehlerbalken in einem Plot ein. Beschriften Sie die Zeichnung. Ermitteln Sie das Minimum $x0$ und das Maximum $x1$ der x-Werte aus den eingelesenen Daten und geben Sie die beiden Werte am Bildschirm aus.

b) Schreiben Sie eine INLINE Funktion $y(x, \alpha, \beta)$, die den theoretischen Zusammenhang wiedergibt.

c) Berechnen Sie die Parameter α und β der Ausgleichskurve und zeichnen sie diese im Bereich $[x0-1, x1+1]$ ein. Beschriftung! Geben Sie α, β formatiert im Textfenster aus.

d) Stellen Sie die x-Achse so ein, dass sie das Intervall $[x0 - 1.2, x1 + 1.2]$ umfasst.

Darstellung von Daten 2

Gegeben ist die Datei `energie_U.dat`, in der die Ergebnisse einer Computersimulation einer eindimensionalen Kette zusammengefasst sind. Die erste Spalte enthält die Länge L der Kette, die zweite die Energien U eines Phasenübergangs. Der theoretische Zusammenhang zwischen L- und $U-$Werten ist durch

$$U(L) = \alpha + \frac{\beta}{L}$$

gegeben.

a) Lesen Sie die Daten ein und zeichnen Sie sie in einem Plot ein. Beschriften Sie die Zeichnung. Ermitteln Sie das Minimum $L0$ und das Maximum $L1$ der L-Werte aus den eingelesenen Daten und geben Sie die beiden Werte am Bildschirm aus.

b) Schreiben Sie eine INLINE Funktion $U(L, \alpha, \beta)$, die den theoretischen Zusammenhang wiedergibt.

c) Berechnen Sie die Parameter α und β der Ausgleichskurve und zeichnen sie diese im Bereich $[2, 20]$ ein. Beschriftung! Geben Sie α, β formatiert im Textfenster aus.

d) Zeichnen Sie weiters den Limes $\alpha = \lim_{L\to\infty} U(L)$ als horizontale, strichlierte Gerade ein. Beschriftung!

e) Stellen Sie die x-Achse so ein, dass sie das Intervall $[0, 20]$ umfasst.

Darstellung von Daten 3

Gegeben ist die Datei `energie_V.dat`, in der die Ergebnisse einer Computersimulation einer eindimensionalen Kette zusammengefasst sind. Die erste Spalte enthält die Länge L der Kette, die zweite die Energien V eines Phasenübergangs. Der theoretische Zusammenhang zwischen L- und $V-$Werten ist für große L durch

$$V(L) = \alpha + \frac{\beta}{L^2}$$

gegeben.

a) Lesen Sie die Daten ein und stellen Sie sie in einem Plot dar. Beschriften Sie die Zeichnung. Ermitteln Sie das Minimum $L0$ und das Maximum $L1$ der L-Werte aus den eingelesenen Daten und geben Sie die beiden Werte am Bildschirm aus.

b) Schreiben Sie eine INLINE Funktion $U(L, \alpha, \beta)$, die den theoretischen Zusammenhang wiedergibt.

c) Speichern Sie die drei größten L-Werte und die dazugehörigen U-Werte in die Vektoren LL und UU.

d) Berechnen Sie die Parameter α und β der Ausgleichskurve mit den drei größten $L-$ und U-Werten und zeichnen sie diese im Bereich $[4, 20]$ ein. Beschriftung! Geben Sie α, β formatiert im Textfenster aus.

e) Zeichnen Sie weiters den Limes $\alpha = \lim_{L\to\infty} V(L)$ als rote, horizontale, punktierte Gerade ein. Stellen Sie die x-Achse so ein, dass sie das Intervall $[4, 20]$ umfasst.