

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

Harmonischer Oszillator

Markus Krammer

4.3.2010

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

1 Projekt Idee

Inhalt

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

1 Projekt Idee

2 Physikalische Grundlagen

Inhalt

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

1 Projekt Idee

2 Physikalische Grundlagen

3 Realisierung

Inhalt

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- 1 Projekt Idee
- 2 Physikalische Grundlagen
- 3 Realisierung
- 4 Aufbereitung für MLTutor

Inhalt

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- 1 Projekt Idee
- 2 Physikalische Grundlagen
- 3 Realisierung
- 4 Aufbereitung für MLTutor
- 5 Aufgetretene Probleme

Ideefindung

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

Applet der École Polytechnique:
<http://www.quantum-physics.polytechnique.fr/index.html>

Ausgereifte Projektidee

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- GUI programmieren
- Aufbereiten für MLTutor

Lösen der eindimensionalen Schrödingergleichung

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi(x, t) + V(x, t) \Psi(x, t)$$

$$V(x, t) = \frac{a}{2} \cdot x^2$$

Lösen der eindimensionalen Schrödingergleichung

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi(x, t) + V(x, t) \Psi(x, t)$$

$$V(x, t) = \frac{a}{2} \cdot x^2$$

Potential zeitfrei \Rightarrow Ansatz $\Psi(x, t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}Et\right) \psi(x)$

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{a}{2} \cdot x^2\right) \psi(x) = E\psi(x)$$

Lösen der eindimensionalen Schrödingergleichung

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi(x, t) + V(x, t) \Psi(x, t)$$

$$V(x, t) = \frac{a}{2} \cdot x^2$$

Potential zeitfrei \Rightarrow Ansatz $\Psi(x, t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}Et\right) \psi(x)$

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{a}{2} \cdot x^2\right) \psi(x) = E\psi(x)$$

mit $\omega = \sqrt{\frac{a}{m}}$ und $x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ erhält man

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{\hbar^2}{2m \cdot x_0^2} \left(\frac{x}{x_0}\right)^2\right) \psi(x) = E\psi(x)$$

Lösen der eindimensionalen Schrödingergleichung

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$\psi_n(x) = \frac{2^{-\frac{n}{2}}}{\sqrt{n! \cdot x_0 \sqrt{\pi}}} \left[\exp\left(-\frac{x^2}{2x_0^2}\right) H_n\left(\frac{x}{x_0}\right) \right]$$

$$H_n(x) = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \frac{(-1)^k 2^{n-2k} n!}{k! (n-2k)!} x^{n-2k}$$

$$\Psi_n(x, t) = \exp\left(-i\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) t\right) \cdot \psi_n(x)$$

Eigenzustände des Vernichtungsoperators \hat{a}

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

$$f(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot \Psi_n(x, t)$$

$$c_n = \exp\left(-\frac{|\lambda|^2}{2}\right) \frac{\lambda^n}{\sqrt{n!}}$$

$$E(\lambda) = \hbar\omega \left(|\lambda|^2 + \frac{1}{2}\right)$$

Eigenfunktionen berechnen

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

Eigenfunktionen berechnen

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

$$\blacksquare H_n(x) = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \frac{(-1)^k 2^{n-2k} n!}{k!(n-2k)!} x^{n-2k}$$

Eigenfunktionen berechnen

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- $$H_n(x) = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \frac{(-1)^k 2^{n-2k} n!}{k!(n-2k)!} x^{n-2k}$$
- $$\psi_n(x) = \frac{2^{-\frac{n}{2}}}{\sqrt{n! \sqrt{\pi}}} \left[\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) H_n(x) \right]$$

Eigenfunktionen berechnen

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- $H_n(x) = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \frac{(-1)^k 2^{n-2k} n!}{k!(n-2k)!} x^{n-2k}$
- $\psi_n(x) = \frac{2^{-\frac{n}{2}}}{\sqrt{n! \sqrt{\pi}}} \left[\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) H_n(x) \right]$
- $\Psi_n(x, t) = \exp\left(-i\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)t\right) \cdot \psi_n(x)$

Zeitentwicklung eine beliebigen Funktion

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

Zeitentwicklung eine beliebigen Funktion

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- c_n vorgeben und normieren

Zeitentwicklung eine beliebigen Funktion

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- c_n vorgeben und normieren
- alternativ: c_n des Vernichtungsoperators

Zeitentwicklung eine beliebigen Funktion

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- c_n vorgeben und normieren
- alternativ: c_n des Vernichtungsoperators
- $f(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \Psi_n(x, t)$

Zeitentwicklung eine beliebigen Funktion

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- c_n vorgeben und normieren
- alternativ: c_n des Vernichtungsoperators
- $f(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \Psi_n(x, t)$
- $\rho(x, t) = f(x, t) \cdot f^*(x, t)$

Zeitentwicklung eine beliebigen Funktion

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- c_n vorgeben und normieren
- alternativ: c_n des Vernichtungsoperators
- $f(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \Psi_n(x, t)$
- $\rho(x, t) = f(x, t) \cdot f^*(x, t)$
- Simulation

Einteilung in einzelne Aufgaben

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

**Aufbereitung
für MLTutor**

Aufgetretene
Probleme

Einteilung in einzelne Aufgaben

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- Koeffizienten der Hermitepolynome berechnen

Einteilung in einzelne Aufgaben

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- Koeffizienten der Hermitepolynome berechnen
- Eigenfunktionen $\psi_n(x)$ berechnen

Einteilung in einzelne Aufgaben

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- Koeffizienten der Hermitepolynome berechnen
- Eigenfunktionen $\psi_n(x)$ berechnen
- Eigenfunktionen $\psi_n(x)$ darstellen

Einteilung in einzelne Aufgaben

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- Koeffizienten der Hermitepolynome berechnen
- Eigenfunktionen $\psi_n(x)$ berechnen
- Eigenfunktionen $\psi_n(x)$ darstellen
- Zeitentwicklung von $\rho(x, t)$ bei gegebenen Koeffizienten c_n berechnen

Einteilung in einzelne Aufgaben

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- Koeffizienten der Hermitepolynome berechnen
- Eigenfunktionen $\psi_n(x)$ berechnen
- Eigenfunktionen $\psi_n(x)$ darstellen
- Zeitentwicklung von $\rho(x, t)$ bei gegebenen Koeffizienten c_n berechnen
- Zeitentwicklung bei beliebigen Koeffizienten c_n darstellen

Einteilung in einzelne Aufgaben

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

- Koeffizienten der Hermitepolynome berechnen
- Eigenfunktionen $\psi_n(x)$ berechnen
- Eigenfunktionen $\psi_n(x)$ darstellen
- Zeitentwicklung von $\rho(x, t)$ bei gegebenen Koeffizienten c_n berechnen
- Zeitentwicklung bei beliebigen Koeffizienten c_n darstellen
- Zeitentwicklung der Eigenzustände des Vernichtungsoperators \hat{a} darstellen

Aufgetretene Probleme

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

**Aufgetretene
Probleme**

Aufgetretene Probleme

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

Grundsätzlich

- Numerische Berechnung von Hermitepolynomen höherer Ordnung
- Darstellung von kohärenten Zuständen mit hoher Energie

Aufgetretene Probleme

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

Grundsätzlich

- Numerische Berechnung von Hermitepolynomen höherer Ordnung
- Darstellung von kohärenten Zuständen mit hoher Energie

Aufbereitung für MLTutor

GUI in MLTutor

Ende

Harmonischer
Oszillator

Markus
Krammer

Projekt Idee

Physikalische
Grundlagen

Realisierung

Aufbereitung
für MLTutor

Aufgetretene
Probleme

Vielen Dank für ihre Aufmerksamkeit!